# 第十单元 计数原理与概率、随机变量及其分布

## 基础课53 两个基本计数原理

### 课时评价·提能

#### 基础巩固练

1. 已知集合，,，,5,6，，从，这两个集合中各选一个元素分别作为点的横坐标和纵坐标，则这样的坐标在直角坐标系中可表示第一、第二象限内不同的点的个数是（ C ）.

A. 12 B. 8 C. 6 D. 4

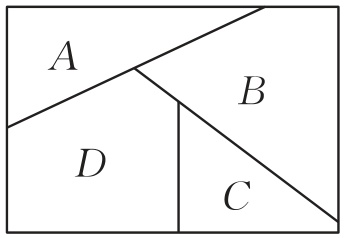
[解析]第一象限内不同的点有（个），第二象限内不同的点有（个），故共有（个）.故选.

2. （改编）某人有2个电子邮箱，他要发6封不同的电子邮件，则不同的发送方法有（ B ）种.

A. 128 B. 64 C. 32 D. 40

[解析]每封邮件有2种不同的发送方式，故共有 种不同的方法.故选.

3. 用5种不同的颜色给图中，，，四个区域涂色，规定每个区域只涂1种颜色，且相邻区域颜色不同，则不同的涂色方法种数为（ C ）.



A. 120 B. 160 C. 180 D. 240

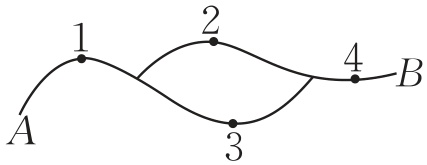
[解析]根据题意，因为规定一个区域只涂1种颜色，相邻的区域颜色不同，可分步进行，区域 有5种涂法，有4种涂法，有3种涂法，有3种涂法，所以共有 种不同的涂色方法.故选.

4. （改编）某公共停车场有排成一排的8个车位，现有4辆不同型号的车需要停放，如果要求剩余的4个车位连在一起，那么不同的停放方法的种数为（ C ）.

A. 80 B. 24 C. 120 D. 48

[解析]将4个车位捆绑在一起，看成一个元素，先排4辆不同型号的车，在4个车位上任意排列，有 种方法，再将捆绑在一起的4个车位插入5个空档中，有5种方法，故共有 种方法.故选.

5. 如图所示,在,间有四个焊接点1,2,3,4,若焊接点脱落导致断路,则电路不通.现发现,之间电路不通,则焊接点脱落的不同情况的种数为（ C ）.

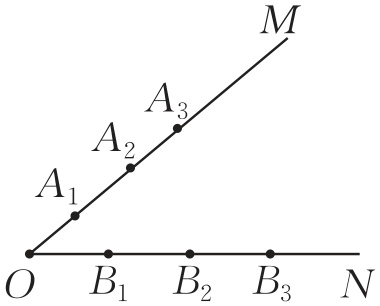


A. 9 B. 11 C. 13 D. 15

[解析]按焊接点脱落的个数分成4类.脱落1个,有1,4,共2种情况;脱落2个,有,,,,,种情况;脱落3个,有,,,种情况;脱落4个,有 种情况.

由分类加法计数原理得,焊接点脱落的不同情况的种数为.故选.

6. （改编）如图，的边上有三点，，，上有三点，，，则以，，，，，，为顶点的三角形的个数为（ A ）.



A. 27 B. 30 C. 42 D. 60

[解析]分三类:（1）有点；（2）没点，在，，中取两个点；（3）没点，在，，中取两个点.由分类加法计数原理得（个）.故选.

7. 甲、乙、丙、丁四位同学高考之后计划去，，三个不同社区进行帮扶活动，每人只能去一个社区，每个社区至少一人.其中甲必须去社区，乙不去社区，则不同的安排方法种数为（ B ）.

A. 8 B. 7 C. 6 D. 5

[解析]根据题意，分两种情况讨论：①乙和甲一起去 社区，此时将丙、丁二人安排到，社区，有 种情况.②乙不去 社区，则乙必须去 社区，若丙、丁都去 社区，有1种情况;若丙、丁中有1人去 社区，则先在丙、丁中选出1人，安排到 社区，剩下1人安排到 或 社区，有 种情况.故不同的安排方法种数为.故选.

8. 若从2,3,4,5,6,7,8,9这8个数字中任取2个不同的数字分别作为一个对数的底数和真数，则所产生的不同对数值的个数为（ D ）.

A. 56 B. 54 C. 53 D. 52

[解析]在8个数字中任取2个不同的数字共可产生 个对数值，在这56个对数值中，，，，，则满足条件的对数值共有（个）.故选.

#### 综合提升练

9. （多选题）已知集合,2,3,，，，则关于方程，下列说法正确的是（ ABD ）.

A. 可表示3个不同的圆 B. 可表示6个不同的椭圆

C. 可表示3个不同的双曲线 D. 表示焦点位于轴上的椭圆有3个

[解析]当 时，方程 表示圆，故有3个，故 正确；当 且，时，方程 表示椭圆，焦点在 轴，轴上的椭圆分别有3个，故有 个，故，正确；当 时，方程 表示双曲线，故有 个，故 错误.故选.

10. （多选题）现有4个数学课外兴趣小组，第一、二、三、四组分别有7人、8人、9人、10人，则下列说法正确的是（ AD ）.

A. 选1人为这4个兴趣小组的负责人的选法有34种

B. 每组选1名组长的选法有5400种

C. 若推选2人发言，这2人需来自不同的小组，则不同的选法有420种

D. 若另有3名学生加入这4个小组，加入的小组可自由选择，且第一组必须有人选，则不同的选法有37种

[解析]对于,4个数学课外兴趣小组共有（人），故选1人为负责人的选法有34种，正确；对于，从第一、二、三、四组中各选1名组长，所以不同的选法共有（种），错误.对于，分六类：从第一、二组中各选1人，有 种不同的选法;从第一、三组中各选1人，有 种不同的选法;从第一、四组中各选1人，有 种不同的选法;从第二、三组中各选1人，有 种不同的选法;从第二、四组中各选1人，有 种不同的选法;从第三、四组中各选1人，有 种不同的选法.故不同的选法共有（种），错误.对于，若不考虑限制条件，每个人都有4种选法，共有 种选法，其中第一组没有人选，每个人都有3种选法，共有 种选法，所以不同的选法共有（种），正确.故选.

11. 已知正整数有序数对满足：;.满足条件的正整数有序数对共有12组.

[解析]由题意知,,,,为正整数,故由 可得,因为,故,则满足 的数为3和2,则有序数对 可能为,,再由，可得,则 可能有,,,,,,共6种情况,故满足条件的正整数有序数对 共有（组）.

12. （双空题）如果一个整数的各位数字是左右对称的,那么称这个数是对称数.例如：1234321,123321.显然,两位数的对称数有9个,即11,22,33, ,99,则三位数的对称数有90个,位数的对称数有  个.

[解析]根据题意,对于三位数的对称数,其百位和个位数字相同,都不能为零,有9种选法,其十位数字可以为任意的数字,有10种选法,则由分步乘法计数原理可得三位数的对称数有（种）.对于 位数的对称数,其首位和个位数字相同,都不能为零,有9种选法,倒数第2位数字到第 位数字都可以为任意的数字,有10种选法,则由分步乘法计数原理可知 位数的对称数有（个）.

#### 应用情境练

13. 如果一条直线与一个平面平行，那么称该直线与平面构成一个“平行线面组”.在一个长方体中，由两个顶点确定的直线与含有四个顶点的平面构成的“平行线面组”的个数是48.

[解析]长方体的6个表面构成的“平行线面组”的个数为，另含4个顶点的6个对角面构成的“平行线面组”的个数为，故符合条件的“平行线面组”的个数是.

14. 用黑、白两种颜色随机地给表格中的5个格子染色,每个格子染一种颜色,并且从左到右数,不管数到哪个格子,总有黑色格子不少于白色格子的染色方法种数为10.

[解析]依题意,第一个格子必须为黑色,则出现从左至右数,不管数到哪个格子,总有黑色格子不少于白色格子包含的情况有：

①全染黑色,有1种方法;

②第一个格子染黑色,另外四个格子中有1个格子染白色,剩余的都染黑色,有 种方法;

③第一个格子染黑色,另外四个格子中有2个格子染白色,剩余的染黑色,有 种方法.

故从左至右数,不管数到哪个格子,总有黑色格子不少于白色格子的染色方法有（种）.

#### 创新拓展练

15. 如果一个形如“”的三位正整数满足，且，那么称这样的三位数为凸数（如120,343,275等），则所有凸数的个数为240.

[解析]若，则百位数字只能选1，个位数字可选1或0，凸数为120与121，共2个.若，则百位数字有两种选择，个位数字有三种选择，则凸数有（个）.若，满足条件的凸数有（个）， ，若，满足条件的凸数有（个）.故所有凸数有（个）.

16. 已知，，，若以，，为三条边的长可以构成一个等腰（含等边）三角形，这样的三角形一共有多少个？

[解析]先考虑等边的情况，,2， ，6，有6个，

再考虑等腰的情况，若，，则 与等边重复，

若，，则,3，有2个，

若，，则,2,4,5，有4个，

若，，则,2,3,5,6，有5个，

若，，则,2,3,4,6，有5个，

若，，则,2,3,4,5，有5个.

故这样的三角形一共有27个.